

Diplomarbeit

Faserbasierte Repetitionsstabilisierung eines diodengepumpten Ultrakurzpulserbiumfaserlasers

Westfälische Hochschule Zwickau (FH)

Fachbereich Physikalische Technik/Informatik

Fachgruppe Physikalische Technik

Studiengang Physikalische Technologien

eingereicht von: Markus Löser
Matrikel: 25403
geboren am: 08. Januar 1983

eingereicht am: 24.01.09

Betreuer/Einrichtung: Herr Prof. Dr. P. Hartmann
Herr Prof. Dr. C. Fallnich

Selbständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig und ohne fremde Hilfe verfasst und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe. Insbesondere versichere ich, dass ich alle wörtlich und sinngemäßen Übernahmen aus anderen Werken als solche kenntlich gemacht habe.

Ort, Datum

Unterschrift

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	II
Tabellenverzeichnis	III
Abkürzungsverzeichnis	IV
1 Repetitionsratenstabilisierung	1
1.1 Grundlagen der Phasenregelschleife	1
1.1.1 Der spannungsgesteuerte Oszillator	2
1.1.2 Phasendetektor	3
1.1.3 Arbeitsweise einer Phasenregelschleife	4
1.1.4 Schleifenfilter	6
1.1.5 Arbeitsbereiche eines Phasenregelkreises	10
1.2 Stabilisierung der Repetitionsrate	13
1.2.1 Stabilisierte Repetitionsrate	20
1.2.2 Stabilisierungsgrenze des Aufbaus	22
1.3 Stabilisierung mit besserem Mikrowellengenerator	23
Literatur	25

Abbildungsverzeichnis

1.1	Schematische Darstellung eines Phasenregelkreises	1
1.2	Gebräuchliche Schleifenfilter für PLL, a) passiver, b) und c) aktiver Filter	7
1.3	Einfluss der Kapazität C_2 den Frequenzgang (blau) und den Phasengang (rot) eines aktiven Schleifenfilters, simuliert mit der Software RF-SIM99 [downloadpage angeben als referenz]	8
1.4	Normierte Sprunganwort der Phasenregelschleife für die Dämpfungsfaktoren 0,1 bis 1	10
1.5	Statische und dynamische Stabilitätsgrenzen einer Phasenregelschleife [Referenz Buchwald]	11
1.6	Frequenzgang der HV-Versorgung mitangeschlossenem Piezo und eingezeichneter Grenzfrequenz	14
1.7	Aufbau zur Stabilisierung der Repetitionsrate mit Detektion; PD = Photodiode, BP = Bandpass, TP = Tiefpass, RS = Rohde-Schwarz Signalgenerator, RFSA - Radiofrequenzspektrumanalysator, PLL = Phasenregelschleife	14
1.8	Oszillatorkonstantenbestimmung, a) Frequenzänderung über Piezospaltung mit der Steigung 1253 Hz/V, b) Verstärkungsfaktor des Modulationseingangs mit einer Steigung von 22	16
1.9	Schematischer Aufbau zur Bestimmung der Verstärkungskonstante K_d des Phasendetektors	17
1.10	a) relative Frequenzabweichung ($f-f_0$) der unstabilisierten Repetitionsrate gemessen über eine Stunde mit RFSA; b) Allan-Standardabweichung $\sigma(\tau)$ für die unstabilisierte Repetitionsrate	18
1.11	Allan-Standardabweichung-Diagramm allgemein mit eingezeichneten Rauschquellen und den dazugehörigen typischen Steigungen [Referenz Handbook of frequency analysis]	20
1.12	a) Aufgenommene Frequenzabweichung der stabilisierten Repetitionsrate bei 47,662460363 MHz über 5000 s und b) die dazugehörige Allan-Standardabweichung	21
1.13	Stabilitätsmessung der GHz-Quelle; a) Frequenzabweichung über 8000 s auf 47,667 MHz runtergeteilt und b) Allanstandardabweichung	23
1.14	Aufbau zur Repetitionsratenstabilisierung mit besserer Mikrowellenreferenz . . .	24

Tabellenverzeichnis

1.1	Berechnete Werte für den Schleifenfilter	17
1.2	Steigungen der Rauschprozesse in der doppelt-logarithmischen-Darstellung der Allan-Standardabweichung	19
1.3	Arbeitsbereiche des ersten Schleifenfilters	20

Abkürzungsverzeichnis

1 Repetitionsratenstabilisierung

In diesem Kapitel wird der zweite Aufbau des „Average Soliton Setups“ verwendet um die Repetitionsrate zu stabilisieren. Dazu wird am Anfang auf die Grundlagen eines Phasenregelkreises (engl. Phase-Locked-Loop PLL) eingegangen sowie auf die Berechnung und Bestimmung der benötigten Komponenten und Konstanten. Der Aufbau zur Stabilisierung und die Umsetzung werden gezeigt.

1.1 Grundlagen der Phasenregelschleife

Henry de Bellescize stellte unter dem Titel La réception synchrone im Jahr 1932 erstmals das Prinzip einer Phase-Locked-Loop vor [Referenz Bellescize]. Der PLL kommt aus der Radioempfangstechnik. De Bellescize hatte die Idee, die Information auf eine hochfrequenten Träger zu modulieren. Zu der Zeit gab es nur Amplitudenmodulation. Aber erst mit Aufkommen der Fernsehtechnik wurde die PLL großindustriell genutzt. Anfangs waren dies diskret aufgebaute Analogschaltungen und man setzte Analogmultiplizierer als Phasendetektoren ein. In den 70iger Jahren kamen die ersten digitalen PLL-Schaltkreise auf den Markt. Diese unterscheiden sich durch die eingesetzten Phasendetektoren (Exklusive ODER Logikgatter).

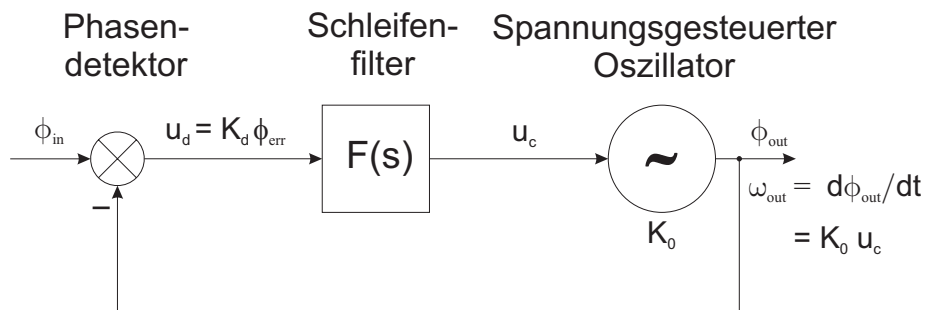


Abb. 1.1: Schematische Darstellung eines Phasenregelkreises

Abb. 1.1 zeigt eine Phasenregelschleife, bestehend aus Phasendetektor, Schleifenfilter und spannungsgesteuerten Oszillator VCO¹. Der repetitionsratenverstimmbare Laser kann als VCO betrachtet werden, da die Frequenz linear zur Spannung am Piezo verändert werden kann. Aus diesem Grund können die theoretischen Grundlagen eines PLL mit VCO analog zu dem vorliegendem Fall betrachte werden.

1.1.1 Der spannungsgesteuerte Oszillator

Ein idealer VCO generiert eine Ausgangsfrequenz, die linear von der Kontrollspannung u_c abhängt:

$$\omega_{out} = \omega_0 + K_0 \cdot u_c \quad (1.1)$$

$$f_{out} = f_0 + \frac{K_0 \cdot u_c}{2\pi} \quad (1.2)$$

Dabei ist ω_0 die Kreisfrequenz bei $u_c = 0$ und K_0 die Oszillatorkonstante mit der Einheit $\left[\frac{\text{rad}}{\text{V} \cdot \text{s}}\right]$. Unter der Annahme einer linearen Abstimmcharakteristik des Oszillators lässt sich K_0 nach Gleichung 1.3 ermitteln.

$$K_0 = 2\pi \frac{f_{out,max} - f_{out,min}}{u_{c,max} - u_{c,min}} \quad (1.3)$$

Die Ableitung der instantane Phase ϕ_{out} nach der Zeit ergibt die Ausgangskreisfrequenz ω_{out} .

$$\omega_{out}(t) = \frac{d\phi_{out}}{dt} = K_0 \cdot u_c(t) \quad (1.4)$$

Daraus lässt sich die Übertragungsfunktion des VCO's berechnen. Dazu wird die Glg. 1.4 laplacetransformierte, wobei $\mathcal{L}$ der Laplace-Transformationsoperator ist:

$$\mathcal{L} \left[\frac{d\phi_{out}}{dt} \right] = s \cdot \phi_{out}(s) = K_0 \cdot U_c(s) \quad (1.5)$$

$$\phi_{out}(s) = \frac{K_0 \cdot U_c(s)}{s} \quad (1.6)$$

¹aus dem Englischen: Voltage Controlled Oscillator

Die mathematische Beschreibung von Regelungsschleifen erfolgt üblicherweise mit der Laplace-Transformation. Dies ist eine Integraltransformation. Sie ordnet einer Funktion $f(t)$ (Zeitbereich) mit $f(t) = 0$ für $t < 0$ eine Funktion $F(s)$ (Bildbereich) mit der Variable s zu. Eine ausführliche Beschreibung der Laplace-Transformation finde sich z.B. in [Referenz Mathebuch].

1.1.2 Phasendetektor

Ein Phasendetektor vergleicht die Phasenlage zweier Signal und gibt proportional dazu eine Spannung aus. Der Phasendetektor ist ein idealer Multiplizierer mit zwei Eingangssignalen u_{in} und u_{out} . Das Referenzsignal hat die Form

$$u_{in}(t) = \hat{u}_{in} \sin(\omega \cdot t + \phi_{in}(t)) \quad (1.7)$$

und das VCO Ausgangssignal kann beschrieben werden mit

$$u_{out}(t) = \hat{u}_{out} \cos(\omega \cdot t + \phi_{out}(t)) \quad (1.8)$$

Man muss beachten das u_{in} und u_{out} 90 Grad Phasenverschiebung zueinander haben. Dies wird ausgedrückt durch den Sinus bei u_{in} und Cosinus bei u_{out} . In Abb. 1.1 ist das als Minuszeichen am Phasendetektor gezeigt. Damit regelt der PLL auf eine konstante Phasenverschiebung von 90 Grad. Das Ausgangssignal des Phasendetektor kann beschrieben werden mit:

$$u_d(t) = u_{in}(t) \cdot u_{out}(t) \cdot K_m \quad (1.9)$$

$$u_d(t) = \hat{u}_{in} \cdot \hat{u}_{out} \cdot K_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi_{in}(t)) \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi_{out}(t)) \quad (1.10)$$

$$u_d(t) = \frac{\hat{u}_{in} \hat{u}_{out} K_m}{2} [\sin(2\omega t + \phi_{in}(t) + \phi_{out}(t)) + \sin(\phi_{in}(t) - \phi_{out}(t))] \quad (1.11)$$

$$u_d(t) \xrightarrow{TP} \bar{u}_d(t) = K_d \cdot \sin(\phi_{in}(t) - \phi_{out}(t)) \quad (1.12)$$

$$K_d = \frac{\hat{u}_{in} \hat{u}_{out} K_m}{2} \quad (1.13)$$

Die Summenfrequenz wird vom Schleifenfilter unterdrückt. K_m ist die Phasendetektorkonstante oder Multipliziererkonstante und K_d wird als Verstärkungskonstante des Phasendetektors bezeichnet. K_d hat die Einheit $[V/rad]$. Im eingerasteten Zustand der Regelschleife ist der Phasenfehler sehr klein und es kann die Näherung

$$\sin(\phi_{in}(t) - \phi_{out}(t)) \approx (\phi_{in}(t) - \phi_{out}(t)) \quad (1.14)$$

verwendet werden. Für diese Näherung ist die Ausgangsspannung am Phasendetektor:

$$\bar{u}_d(t) \approx (\phi_{in}(t) - \phi_{out}(t)) \cdot K_d \quad (1.15)$$

Diese Näherungsformel ist in Abb. 1.1 dargestellt und alle Berechnungen werden mit dieser Näherungsformel durchgeführt.

Ein analoger Phasendetektor kann nur Phasenverschiebungen zwischen $+\pi/2$ und $-\pi/2$ eindeutig unterscheiden. Dagegen können Phasen-Frequenz-Detektoren, die aus zwei D-FlipFlops bestehen [Referenz AD und andere], Phasenverschiebungen zwischen $+\pi$ und $-\pi$ unterscheiden.

1.1.3 Arbeitsweise einer Phasenregelschleife

Die Phase des Referenzsignals ϕ_{in} und die Phase des Ausgangssignals ϕ_{out} werden am Phasendetektor verglichen und dieser erzeugt eine dem Phasenfehler

$$\phi_{err} = \phi_{in} - \phi_{out} \quad (1.16)$$

proportionale Fehlerspannung u_d . Bei Phasendetektoren mit Stromausgang² wird eine Fehlerstrom produziert. Darauf wird im weiteren nicht mehr eingegangen, da zur Stabilisierung ein Multiplizierer verwendet wird und dieser ein Spannungssignal ausgibt. Das Ausgangssignal des Phasendetektors erzeugt am Ausgang des Schleifenfilters eine Spannung u_c ³, die

²Dieser wird im englischen Charge Pumpe genannt. Die meisten digitalen PLL haben diese Art von Detektoren.

³im Englischen control voltage

die Frequenz des VCO steuert. Die Übertragungsfunktion $F(s)$ des Filters besitzt ein Tiefpassverhalten. Dadurch werden Summenfrequenz, Rausch- und hochfrequente Störanteile unterdrückt.

Unter der Verwendung der Laplace-Notation ⁴ erhält man die Übertragungsfunktion der einzelnen Blöcke der Phasenregelschleife:

$$U_d(s) = K_d [\phi_{in}(s) - \phi_{out}(s)] \quad (1.17)$$

$$U_c(s) = F(s) \cdot U_d(s) \quad (1.18)$$

$$\phi_{out}(s) = \frac{K_0 \cdot U_c(s)}{s} \quad (1.19)$$

Aus den Gleichungen 1.17 - 1.19 lassen sich die Grundgleichungen der Phasenregelschleife darstellen, nämlich die Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises $H(s)$

$$H(s) = \frac{\phi_{out}(s)}{\phi_{in}(s)} = \frac{K_d K_0 F(s)}{s + K_d K_0 F(s)} \quad (1.20)$$

und die Fehlerübertragungsfunktion $H_{err}(s)$

$$H_{err}(s) = 1 - H(s) = \frac{\phi_{in}(s) - \phi_{out}(s)}{\phi_{in}(s)} = \frac{s}{s + K_d K_0 F(s)} \quad (1.21)$$

Eine der wichtigsten Anforderungen an einen Regelkreis ist, dass Änderungen der Führungsgröße und Störungen vollständig ausgeglichen werden. Der Begriff „ausgeglichen“ bedeutet, dass das dynamische System keine Dauerschwingungen oder sich zeitlich bewegt, sondern gegen einen Grenzwert läuft. Der ausgeglichene Zustand ist nach sehr großen Zeiten t erreicht. Dieser Zustand wird mathematisch mit dem Endwerttheorem (statischer Lösung) beschrieben. Die zu untersuchende Gesamtübertragungsfunktion setzt sich aus der Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises, oder der Fehlerübertragungsfunktion und dem an das System angelegten Testsignal zusammen. Typische Testsignale für dynamische Systeme sind z.B. ein Sprung, Rampe oder Parabel. Zur charakteristischen Beschreibung des dynamischen Verhaltens von Regelschleifen werden die drei

⁴Die Größen werden mit großen Buchstaben im Laplace Bereich bezeichnet.

Signale verwendet. Die Laplace-Transformierten der Testsignale sind Sprung $\frac{1}{s}$, Rampe $\frac{1}{s^2}$ und Parabel $\frac{2}{s^3}$. Die Glg. 1.22 zeigt das Endwerttheorem für die Fehlerübertragungsfunktion $e(t \rightarrow \infty)$, wenn das System mit einem Testsignal $W(s)$ angeregt wurde. Dabei geht s gegen Null, das entspricht im Zeitbereich t gegen unendlich (stationärer Fall).

$$e(t \rightarrow \infty) = E(s \rightarrow 0) = \lim_{s \rightarrow 0} (s \cdot H_{err}(s) \cdot W(s)) \quad (1.22)$$

Diese Gleichung muss Null ergeben ($e(t \rightarrow \infty) = 0$). Die stationäre Lösung für die Gesamtübertragungsfunktion der PLL, mit einer Rampe angeregt, ist in Glg. 1.23 zu sehen.

$$e(t \rightarrow \infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \frac{s}{s + K_d K_0 F(s)} \right) \quad (1.23)$$

Aus Glg. 1.23 kann die Schleifenfilterstruktur abgeleitet werden, die es der Regelschleife erlaubt, Phasenrampen (Frequenzsprünge) vollständig auszuregeln. Nimmt man eine konstante Übertragungsfunktion $F(s) = A$ an, dann ergibt sich eine ungewünschte bleibende Regelabweichung am Ausgang der PLL in Form eines Phasenfehlers:

$$e(t \rightarrow \infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \frac{s}{s + K_d K_0 A} \right) \neq 0 \quad (1.24)$$

Die bleibende Regelabweichung kann durch den Schleifenfilter vermieden werden, wenn dessen Übertragungsfunktion mindestens eine Polstelle besitzt. Im nächsten Abschnitt wird auf die Struktur des Schleifenfilters und die verschiedenen Arten genauer eingegangen.

1.1.4 Schleifenfilter

Wie schon erwähnt besitzt der Schleifenfilter ein Tiefpassverhalten. Dabei muss gelten, dass $F(0) \neq 0$ ⁵ ist und er muss mindestens eine Polstelle besitzen. Die Dimensionierung des Filter bestimmt im Wesentlichen das dynamische Verhalten der Regelschleife. Auf das dynamische Verhalten wird in Kap. 1.1.5 genauer eingegangen. Es gibt eine größere Anzahl von Schleifenfilterarten, die in aktive und passive Filter eingeteilt werden. Die passiven

⁵DC-Verstärkung, wichtige Größe für das dynamische Verhalten

haben einen einfachen Aufbau. Die aktiven dagegen haben eine hohe Gleichspannungsverstärkung, was dem dynamischen Verhalten zugutekommt. Die meisten Filter haben zwei Polstellen und werden deshalb Schleifenfilter 2. Ordnung genannt. Es gibt aber auch Filter höherer Ordnungen[Referenzen].

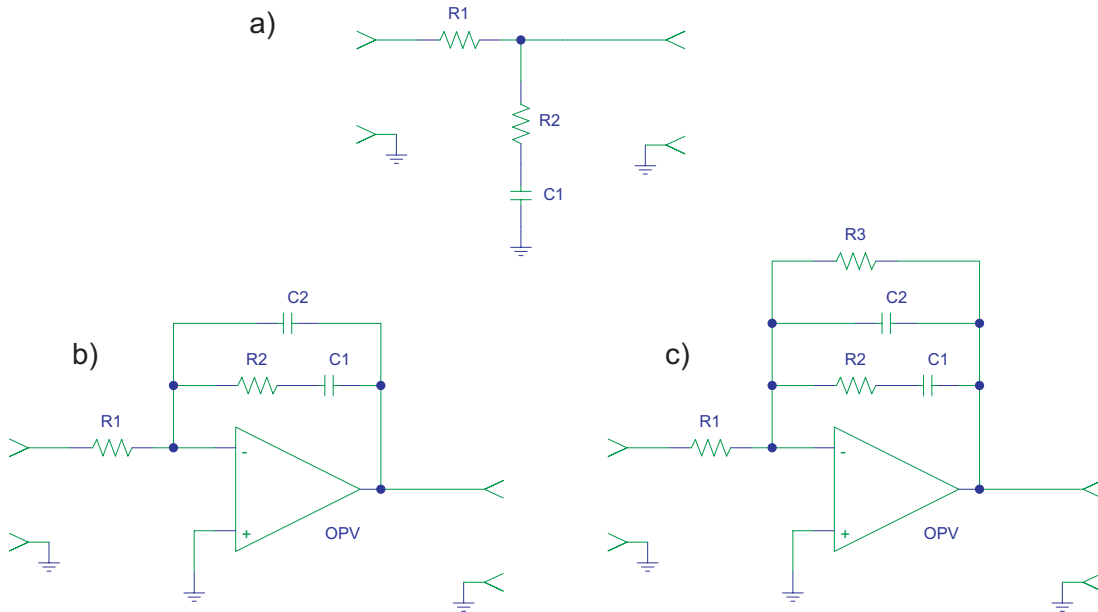


Abb. 1.2: Gebräuchliche Schleifenfilter für PLL, a) passiver, b) und c) aktiver Filter

Die Abb. 1.2 zeigt einen passiven und zwei aktive Schleifenfilter. Die Übertragungsfunktion⁶ der Schleifenfilter sind

$$F_1(s) = \frac{1 + sC_1R_2}{1 + sC_1(R_1 + R_2)} = \frac{1 + s\tau_2}{1 + s(\tau_1 + \tau_2)} \quad (1.25)$$

für den passiven

$$F_2(s) = \frac{sC_1R_2}{1 + sC_1R_1} = \frac{s\tau_2}{1 + s\tau_1} \quad (1.26)$$

⁶Die Übertragungsfunktion ist definiert als Verhältnis zwischen Ausgangsspannung und Eingangsspannung u_{out}/u_{in} .

,für den aktiven nach Abb. 1.2 b)

$$F_3(s) = \frac{1 + sC_1R_2}{1 + sC_1(R_2 + R_3)} \cdot \frac{R_3}{R_1} = \frac{1 + s\tau_2}{1 + s\tau_1} \cdot K_f \quad (1.27)$$

und für den aktiven Schleifenfilter Abb. 1.2 c). Die Konstanten τ_1 und τ_2 bestimmen im Wesentlichen das Frequenzverhalten des Schleifenfilters. In der weiteren Betrachtung werden nur die zwei aktiven Filter berücksichtigt. Die Kapazität C_2 hat keinen Einfluss auf die Übertragungsfunktion des Filters, wenn gilt:

$$C_2 \leq \frac{C_1}{10} \quad (1.28)$$

Die Kapazität C_2 beeinflusst die Rauschunterdrückung, da die Verstärkung für hohe Frequenzen durch die Kapazität um 20 dB/Dekade fällt. Das bedeutet, dass hochfrequente Anteile stark gedämpft werden. Das verdeutlicht die Abb. 1.3 in der ein Bodediagramm⁷

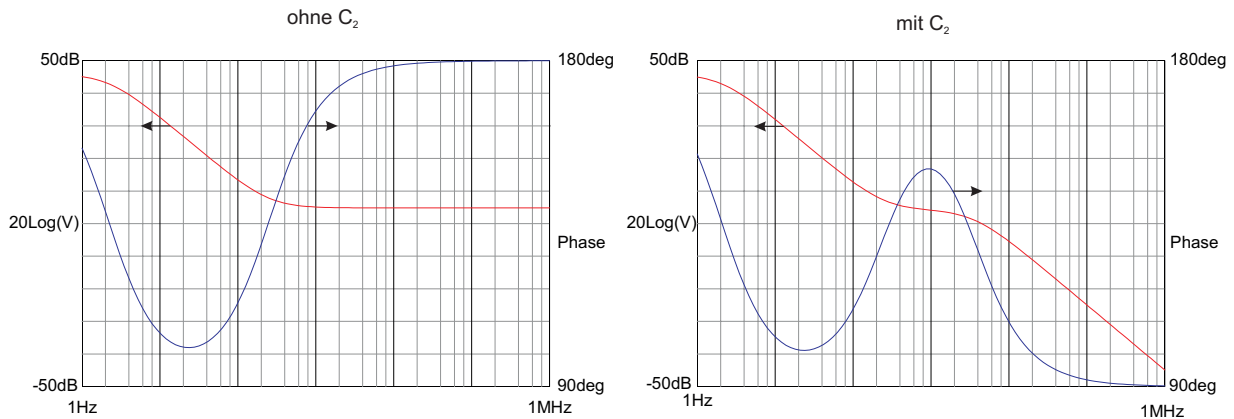


Abb. 1.3: Einfluss der Kapazität C_2 den Frequenzgang (blau) und den Phasengang (rot) eines aktiven Schleifenfilters, simuliert mit der Software RF-SIM99 [downloadpage angeben als referenz]

eines aktiven Filters mit und ohne C_2 gezeigt ist. Bei der Übertragungsfunktion $F_2(s)$ kann

⁷Das Bode-Diagramm (nach Hendrik Wade Bode) ist ein spezieller Funktionsgraph. Darin wird die Amplitudenverstärkung(Betrag) $|F(j\omega)| = \sqrt{\Re^2 + \Im^2}$ und die Phasenverschiebung(Phase) $\phi(\omega) = \tan^{-1} \frac{\Im}{\Re}$ einer komplexen Übertragungsfunktion $F(j\omega)$ dargestellt.

noch eine Näherung betrachtet werden, für den Fall, dass

$$R_3 \gg R_1; R_2. \quad (1.29)$$

Dann ergibt sich die gleiche Übertragungsfunktion, wie für den aktiven Filter ohne R_3 . Deshalb gilt im Weiteren:

$$\begin{aligned} F_3(s) &= \frac{1 + sC_1R_2}{1 + sC_1(R_2 + R_3)} \cdot \frac{R_3}{R_1} \\ &= \frac{1 + sC_1R_2}{\frac{R_1}{R_3} + sC_1\left(R_2 \cdot \frac{R_1}{R_3} + R_1\right)} \approx \frac{1 + sC_1R_2}{sC_1R_1} = \frac{1 + s\tau_2}{s\tau_1} \end{aligned} \quad (1.30)$$

$$F(s) = F_2(s) = F_3(s) \quad (1.31)$$

Die Konstante K_f ist die Gleichspannungsverstärkung $F(0) = K_f$.

Die Führungsübertragungsfunktion der geschlossenen Regelschleife mit eingesetztem aktiven Schleifenfilter lautet:

$$H(s) = \frac{K_d K_0 (1 + s\tau_2) / \tau_1}{s^2 + s(K_d K_0 \tau_2 / \tau_1) + K_d K_0 / \tau_1} \quad (1.32)$$

Die Phasenregelschleife besitzt in seiner Führungsübertragungsfunktion zwei Polstellen und kann deshalb als schwingendes System zweiter Ordnung betrachte werden. Daher kann $H(s)$ normiert geschrieben als

$$H(s) = \frac{2 \zeta \omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2 \zeta \omega_n s + \omega_n^2} \quad (1.33)$$

mit den charakteristischen Größen der natürlichen Kreisfrequenz ω_n und dem Dämpfungsfaktor ζ . Die Glg. 1.34 für die natürliche Kreisfrequenz und Glg. 1.35 des Dämpfungsfaktors werden im Laufe der Arbeit zur Dimensionierung des Schleifenfilters benutzt.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_0 K_d}{\tau_1}} \quad (1.34)$$

$$\zeta = \frac{1}{2} \tau_2 \omega_n \quad (1.35)$$

Das Einschwingverhalten der PLL zweiter Ordnung in normierter Darstellung $h(\omega_n t)$ (siehe Glg. 1.36) ist für verschiedenen Dämpfungsfaktoren in Abb. 1.4 dargestellt, mit einem Frequenzsprung als Testsignal.

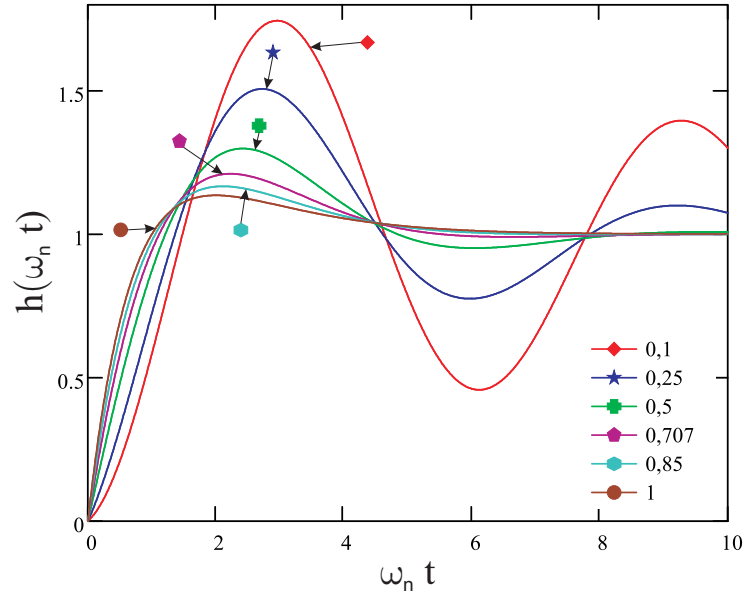


Abb. 1.4: Normierte Sprunganwort der Phasenregelschleife für die Dämpfungsfaktoren 0,1 bis 1

$$\begin{aligned}
 h(\omega_n t) &= \mathcal{L}^{-1} \left\{ H(s) \cdot \frac{1}{s} \right\}, \zeta < 1 \\
 &= 1 - e^{-\zeta \omega_n t} \left[\cos \left(\sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n t \right) - \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin \left(\sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n t \right) \right] \quad (1.36)
 \end{aligned}$$

Die Wahl des Dämpfungsfaktors stellt einen Kompromiss zwischen schnellem Einstellen des neuen Frequenzwertes und geringem Überschießen des Systems dar. Der Dämpfungsfaktor sollte im Bereich $0,7 \leq \zeta \leq 1$ gewählt werden.

1.1.5 Arbeitsbereiche eines Phasenregelkreises

Die Abb. 1.5 zeigt die Arbeitsbereiche einer PLL. Diese kann man in zwei Hauptbereich unterteilen, den dynamischen und statischen Bereich. Der dynamische Bereich teilt sich noch in drei Unterbereiche auf.

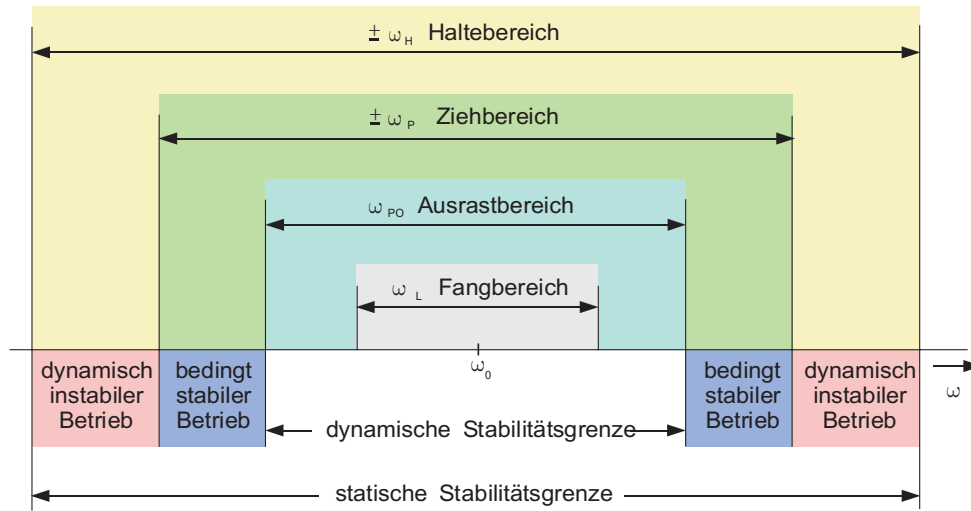


Abb. 1.5: Statische und dynamische Stabilitätsgrenzen einer Phasenregelschleife [Referenz Buchwald]

Der Haltebereich ⁸ $\Delta\omega_H$ beschreibt den Bereich, in dem die PLL statisch stabil arbeiten kann. Dieser Bereich kann leicht berechnet werden, in dem man im eingerasteten Zustand eine Phasenverschiebung von $\pi/2$ annimmt. Der Zusammenhang wird mit dem Ausdruck

$$\Delta\omega_H = K_0 K_d F(0) \quad (1.37)$$

beschrieben. Um einen besonders großen Haltebereich zu erhalten, muss die Gleichspannungsverstärkung $F(0)$ des Schleifenfilters möglichst hoch sein. Dies ist bei einem Integrator (Abb. 1.2 b)) der Fall. Er besitzt in der Theorie eine unendliche hohe Verstärkung. Diese kann durch den Widerstand R_3 (siehe Abb. 1.2 c)) begrenzt werden.

Der Fangbereich ⁹ $\Delta\omega_L$ gibt an, in welchem Bereich um Eingangskreisfrequenz die Phasenregelschleife einrastet. Dies Bedingung wird ausgedrückt durch:

$$\Delta\omega_L \approx 2 \zeta \Delta\omega_n \quad (1.38)$$

Das beschreibt das Einrasten nach höchstens einer Schwebung zwischen Eingangssignal

⁸im Englischen: hold-in range, tracking range

⁹im Englischen: lock-in range

und Ausgangssignal. Damit hängt das Einrasten von den gewählten Parametern ω_n und ζ ab. Darüberhinaus kann noch eine Fangzeit T_L definiert werden:

$$T_L \approx \frac{1}{\Delta\omega_L} \quad (1.39)$$

Im Ausrastbereich ¹⁰ $\Delta\omega_{PO}$ können Keisfrequenzsprünge vollständig ausgeregelt werden, ohne dass die PLL ausrastet. Die Glg. 1.40 beschreibt den Ausrastbereich.

$$\Delta\omega_{PO} \approx 1,8 \, \omega_n \, (\zeta + 1) \quad (1.40)$$

Um einen möglichst großen Ausrastbereich zu erhalten, muss die natürliche Kreisfrequenz möglichst hoch gewählt werden.

Der letzte Bereich ist der Ziehbereich ¹¹ $\Delta\omega_P$. In diesem Bereich kann die Phasenregelschleife nach mehreren Schwebungen zwischen Eingangssignal und Ausgangssignal einrasten. Der Ziehbereich ist definiert durch:

$$\Delta\omega_P \approx 2\sqrt{\zeta \, \omega_n \, K_0} \quad (1.41)$$

Die charakteristische Zeit dieses Vorgangs ist wesentlich länger als die Fangzeit:

$$T_P \approx \frac{\Delta\omega_P^2}{2 \, \zeta \, \omega_n^3} \gg T_L \quad (1.42)$$

¹⁰im Englischen: pull-out range

¹¹im Englischen: pull-in range

1.2 Stabilisierung der Repetitionsrate

Die Repetitionsrate f_{rep} und die dazugehörige Pulsumlaufzeit eines modengekoppelten Lasers hängt von der Gruppengeschwindigkeit des Pulses und der geometrischen Resonatorlänge ab (siehe Glg. Theorieteil). Verschiede Effekte beeinflussen f_{rep} , wie z.B. Temperatur, akkustische Störungen oder Pumpleistungsschwankungen [Hundertmark]. Die Rauschquellen eines modengekoppelten Lasers können nachgelesen werden in [Haus 1993 IEEE].

Bei der Repetitionsratenstabilisierung wird nicht auf die Grundfrequenz des Lasers stabilisiert, sondern auf eine Harmonische der Repetitionsrate. Das erhöht die Sensitivität des Verfahrens, da das Seitenbandphasenrauschen der Harmonischen quadratisch mit der Ordnungszahl steigt [Linde paper]. Dazu kann eine Harmonische mit einem Radiofrequenzspektrumanalysator (RFSA) untersucht werden. Der verwendete RFSA ist ein Spectrum Master MS2721B von Anritsu. Damit können Frequenzen bis 7,1 GHz untersucht werden, bei einer Repetitionsrate von 47,66 MHz des verwendeten Lasers entspricht das ungefähr der 150ten Harmonischen. In den letzten 10 Jahren gab es Vielzahl von Veröffentlichungen, die sich mit der Stabilisierungen von passiv modengekoppelten Erbiumfaserlasern beschäftigt haben. Die Kontrolle der Resonatorlänge wurde entweder über Längenänderung einer Freistrahlstrecke, unter Verwendung eines Piezoaktors [Uni Konstanz] oder über die Pumpleistungsvariation [Telle paper]. Es wurden auch Faserstrecke zur Stabilisierung verwendet [Rauschenberg, Washbourn]. Diese hatten aber nur einen Verstellbereich von ± 45 Hz. Mit diesen Methoden wurden Timing-Jitter von weniger als 100 fs erzielt. Die relative Stabilität der Repetitionsrate lag bei weniger als 10^{-14} bei einer Integrationszeit von 100 s [Hundertmark Diss].

Für die aufgebaute Stabilisierung wird eine Faserstrecke, der über einen Piezo funktioniert, verwendet. Dabei ist die maximale Modulationsbandbreite der Hochspannungversorgung das begrenzende Element im Aufbau. Um die Modulationsbandbreite zu kennen, wurde der Frequenzgang der HV-Versorgung mit angeschlossenem Piezo gemessen (siehe Abb. 1.6). Dabei ergab sich eine Grenzfrequenz von 2,9 kHz. Dieser Wert ist für die Dimensionierung des Schleifenfiltes von Bedeutung.

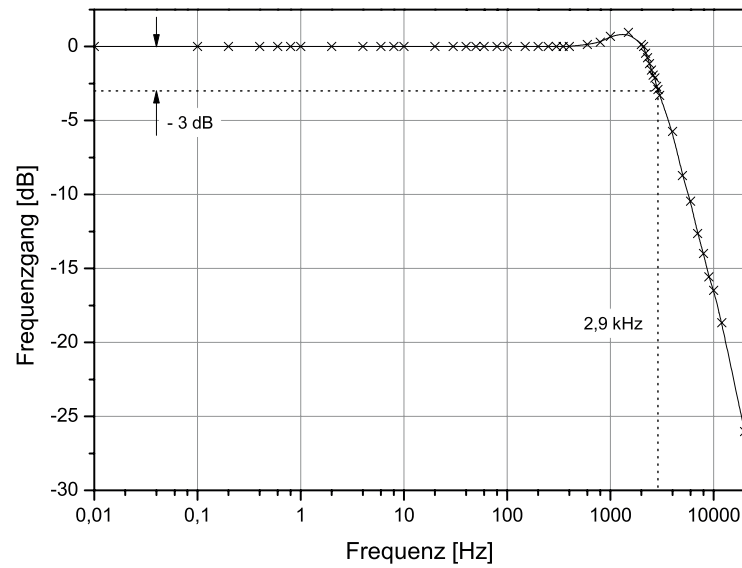


Abb. 1.6: Frequenzgang der HV-Versorgung mitangeschlossenem Piezo und eingezeichneter Grenzfrequenz

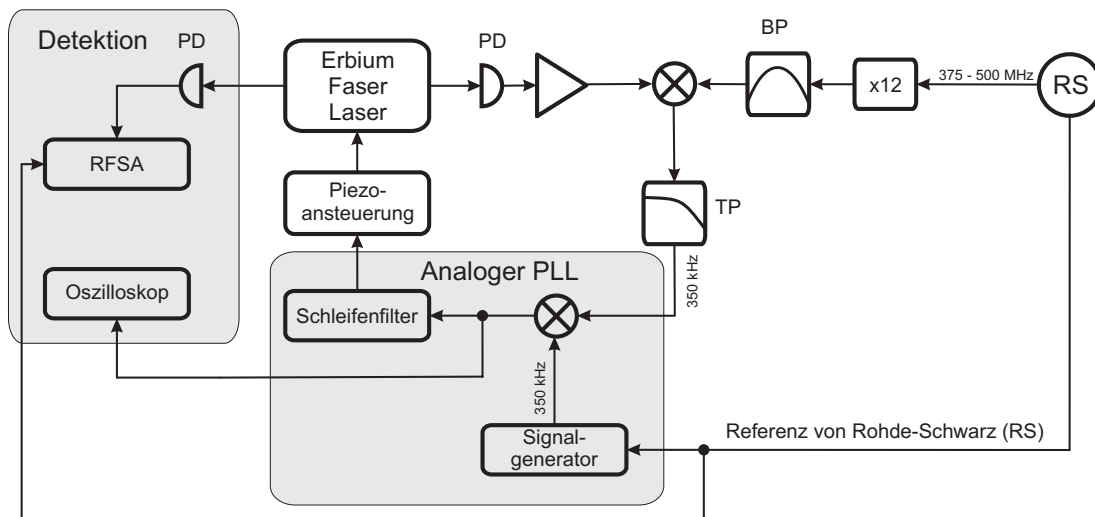


Abb. 1.7: Aufbau zur Stabilisierung der Repetitionsrate mit Detektion; PD = Photodiode, BP = Bandpass, TP = Tiefpass, RS = Rohde-Schwarz Signalgenerator, RFSA - Radiofrequenzspektrumanalysator, PLL = Phasenregelschleife

Um die Laboreinflüsse auf den Laser zu verringern, wurde dieser in eine Plexiglasbox gestellt. Dadurch sollen vor allem thermische Schwankungen und akustische Einflüsse abgedämpft werden. In der Abb. 1.7 ist der Aufbau zur Stabilisierung und zur Detektion der Repetitionsrate zu sehen. Die Detektion kann auf zwei Arten erfolgen. Wenn die Stabilisierung nicht aktiv ist, kann die Messung der Repetitionsrate des Lasers nur mit dem RFSA erfolgen. Dies ermöglicht nur eine sehr langsame Messung, da der RFSA für die Messung und Speicherung eines Sweeps mindestens 4 s benötigt. Im eingerasteten Zustand des PLL kann die Phasenabweichung am Ausgang des Phasendetektors mit Hilfe eines Oszilloskops gemessen werden und dazu noch die relative Frequenz im Bezug zur Referenz des Rohde-Schwarz Signalgenerators.

Die Detektion einer höheren Harmonischen der Repetitionsrate erfolgt mit einer schnellen InGaAs Photodiode, die eine Anstiegszeit von 60 ps besitzt. Die Frequenz der Harmonischen muss zwischen 4,5 und 6 GHz liegen. Die Mikrowellenfrequenz zum Abmischen liefert ein Rohde-Schwarz Signalgenerator SMS 0.1-520 MHz, dessen HF-Signal mit Hilfe eines 12fach Multiplizierers (Mini Circuit ZX90-12-63+) auf 4,5 bis 6 GHz (Arbeitsbereich des Multiplizierers) gebracht wird. Zum Abmischen wird der ZX05-153+ von MiniCircuit's verwendet. Durch das Mischen der Frequenzen entsteht die Summen- und die Differenzfrequenz der beiden Signale. Die Summenfrequenz wird durch einen Tiefpassfilter (TP) unterdrückt. Die Differenzfrequenz die erzeugt wird beträgt ungefähr 350 kHz. Dieses Signal wird als Ausgangssignal des Lasers (VCOs) auf den analogen PLL gegeben. Als Referenzsignal wird eine Agilent 33220A (mit Option 001), der auf den Rohde-Schwarz Signalgenerator gelockt ist, verwendet. Der Phasenfehler wird auf den Schleifenfilter gegeben. Dieser moduliert die Piezospaltung so, dass der Erbiumfaserlaser auf die elektronische Referenz gelockt wird und die Repetitionsrate stabilisiert ist.

In den nachfolgenden Berechnungen wurde die 97ten harmonische der Repetitionsrate stabilisiert. Das entspricht einer Frequenz von 4,623 GHz. Bei der Erzeugung des Differenzsignals muss darauf geachtet werden, dass die Frequenz der HF-Quelle größer ist als die der 97ten Harmonischen. Der Grund besteht darin, dass der Laser ein VCO-Verhalten besitzen soll und da bei steigender Piezospaltung seine Frequenz größer werden soll (siehe

Glg. 1.2). Da aber bei steigender Spannung die Repetitionsrate des Lasers sich verringert, weil der Resonator länger wird, muss die Frequenz der GHz-Quelle größer sein.

Damit kann die Konstante K_0 des Lasers bestimmt werden. Es muss noch beachtet werden, dass der Modulationseingang der HV-Versorgung einen Verstärkungsfaktor besitzt. Dieser muss ermittelt werden. Die beiden Ergebnisse sind in Abb. 1.8 dargestellt. Die Os-

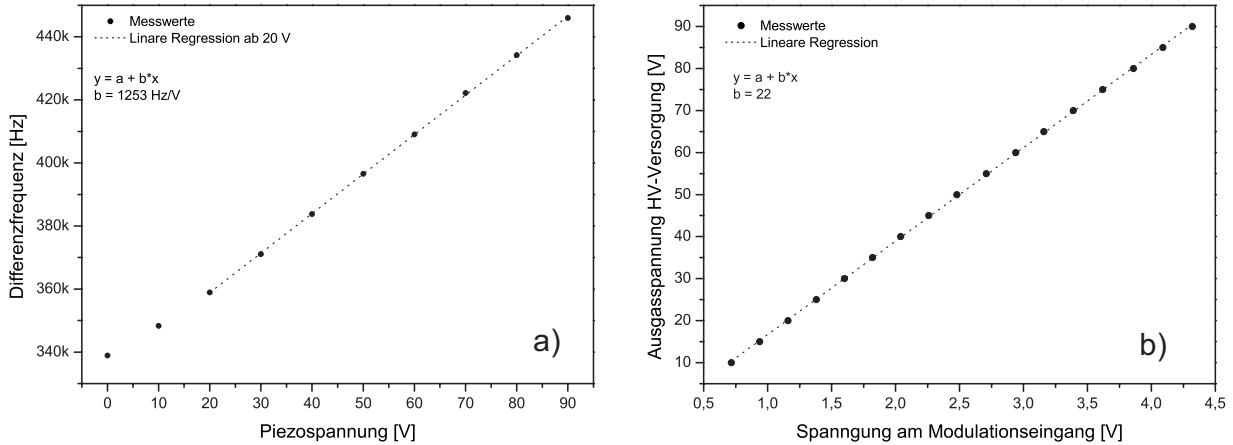


Abb. 1.8: Oszillatorkonstantenbestimmung, a) Frequenzänderung über Piezospannung mit der Steigung 1253 Hz/V, b) Verstärkungsfaktor des Modulationseingangs mit einer Steigung von 22

zillatorkonstante ist Produkt der zwei Steigungen. Damit ergibt sich für K_0 ein Wert von $1,7 \cdot 10^5 \frac{\text{rad}}{\text{Vs}}$. Die Phasendetektorverstärkungskonstante wurde gemessen, indem die zwei Frequenzen am Eingang sehr nah aneinander gebracht werden und das Ausgangssignal mit einem Oszilloskop gemessen wurde. Damit konnte die Konstante auf 22 mV/rad bestimmt werden. Eine andere Methode ist, das Signal des ersten Mischprozesses durch einen Funktionsgenerator zu ersetzen, der auf den Agilent Funktionsgenerator gelockt ist. Das Signal muss die gleiche Amplitude besitzen wie das Differenzsignal. Der schematische Aufbau ist in Abb. 1.9 zu sehen. Dann kann die Phase der beiden Signale zueinander verschoben werden und aus dem Verlauf des Graphen die Konstante bestimmt werden. Der Verlauf wird beschrieben durch:

$$u_d = K_d \sin(\Delta\phi + \phi_0) \quad (1.43)$$

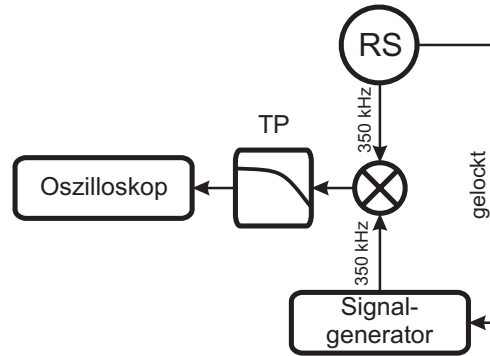


Abb. 1.9: Schematischer Aufbau zur Bestimmung der Verstärkungskonstante K_d des Phasendetektors

Ein Phasenoffset ϕ_0 kann vorhanden sein, wenn die zwei Frequenzen nicht ganz gleich sind. Damit wurde der Verstärkungsfaktor des Phasendetektors auf $20,32 \text{ mV/rad}$ bestimmt. Zum Berechnen der Schleifenfilterbauteile wurde letzterer Wert verwendet.

Mit den Gleichungen 1.34 und 1.35 kann man den Schleifenfilter dimensionieren, da alle Konstanten bekannten sind. Es müssen noch Werte für die natürliche Kreisfrequenz und die Dämpfungskonstante vorgegeben werden. In Tab. 1.1 sind die berechneten Werten für den Schleifenfilter angegeben.

Einheit			berechnete Bauteilwerte		
			Bauteil	Einheit	
ω_n	[rad/s]	2192	R_1	[Ω]	3,7 k
ζ		0,7	R_2	[Ω]	3,3 k
τ_1	[10^{-4}s]	7,188	R_3	[Ω]	370 k
τ_2	[10^{-4}s]	6,4	C_1	[nF]	190
			C_2	[nF]	15

Tab. 1.1: Berechnete Werte für den Schleifenfilter

Dazu gehören die Zeitkonstanten τ_1 und τ_2 , die Kapazitäten C_1 und C_2 sowie die Widerstände R_1 bis R_3 . Die natürliche Kreisfrequenz ω_n ist nach dem Frequenzgang der HV-Versorgung dimensioniert worden. Die Dämpfung ζ wurde auf 0,7 festgelegt und die Eigenkreisfrequenz ω_n auf 2192 rad/s. Man könnte noch einen anderen Filter mit größerer Bandbreite versuchen, um die Dynamik der PLL zu verbessern.

Zunächst wurde eine Messung über ungefähr 3700 s im unstabilisierten Zustand mit dem

RFSA durchgeführt (siehe Abb. 1.10). Man erkennt deutlich zwei Arten von Änderungen in

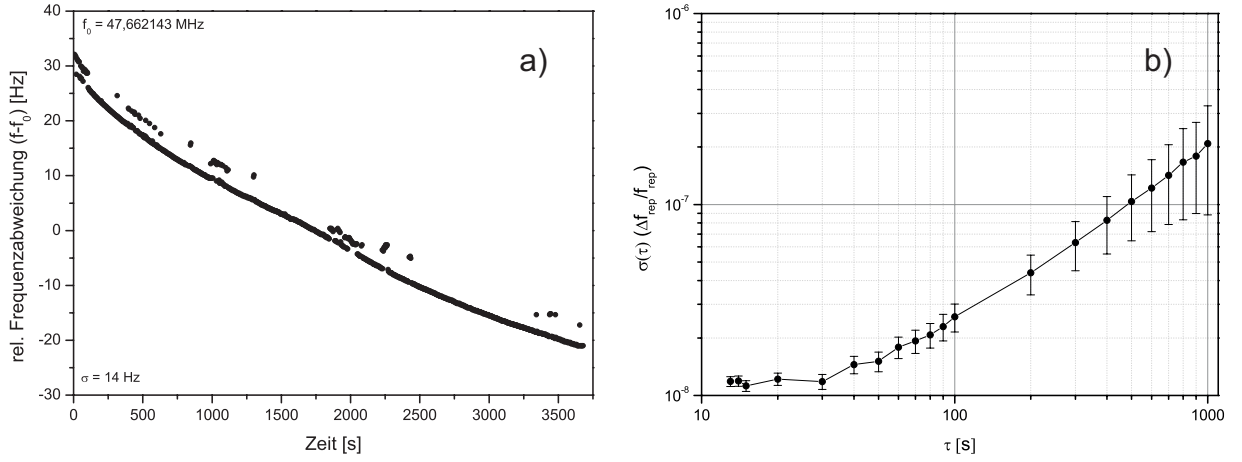


Abb. 1.10: a) relative Frequenzabweichung ($f-f_0$) der unstabilisierten Repetitionsrate gemessen über eine Stunde mit RFSA; b) Allan-Standardabweichung $\sigma(\tau)$ für die unstabilisierte Repetitionsrate

Abb. 1.10 a). Das erste sind langsame lineare Änderungen, z.B. Temperaturschwankungen. Dieser Verlauf ist nahezu linear, da der Laser in einer Box von den Umgebungsbedingungen im Labor abgetrennt war. Die Repetitionsrate ändert sich infolge von Temperaturschwankungen um ungefähr 60 Hz/h. Dies könnte durch den Faserstreckter vollständig ausgegeregelt werden, da er die Repetitionsrate um ungefähr 1100 Hz verändern kann. Der zweite Teil sind schnelle Änderungen. Sie liegen um die langsamen Änderungen. Diese Schwankungen können z.B. durch die Stromversorgung der Pumpdiode entstehen oder andere Störquellen.

Die zeitaufgelöste Messung der Repetitionsrate ermöglicht die Berechnung der Stabilität des Lasersystems. Für die Charakterisierung der Frequenzstabilität von Oszillatoren wird die „Allan-Standardabweichung“¹² [NIST 1990] angegeben. Dies wird für zeitabhängige Funktion beschrieben durch:

$$\sigma(\tau) = \sqrt{\left\langle \frac{(y_{i+1} + y_i)^2}{2} \right\rangle} = \sqrt{\frac{1}{2(M-1)} \sum_{i=1}^M [\bar{y}_{i+1} - \bar{y}_i]^2} \quad (1.44)$$

Dabei ist y_i der i -te Teil von M Frequenzwerten gemittelt über ein Intervall von τ . Unter

¹²im Englischen: Allan-Standard-Deviation

Verwendung der Glg. 1.44 kann die Allan-Standardabweichung für relative Frequenzschwankungen $\Delta f_{rep}/f_{rep}$ berechnet werden. Die Berechnung erfolgt mit einer Matlab-Funktion, die heruntergeladen wurde bei [Internetseite angeben]. Diese Funktion wurde von Fabian Czerwinski zur Verfügung gestellt. Die Allan-Standardabweichung kann für Integrationszeiten kleiner als 12 s nicht berechnet werden, da der RFSA unregelmäßige Zeitabstände ausgibt. Die Allan-Standardabweichung für den unstabilisierten Laser ist in Abb. 1.10 b) mit dargestellt. Die relativen Repetitionsratenfluktuationen gehen von 10^{-8} für Mittelungszeiten von 15 s auf $2 \cdot 10^{-7}$ für Mittelungszeiten von 1000 s. Die Stabilität nimmt mit steigendem τ immer mehr ab. Das liegt an den thermischen Schwankungen, bei großen Mittelungszeiten ist eine Steigung von τ^1 zu erkennen. Diese Steigung ist typisch für thermische Schwankungen von Laserresonatoren.

Die Abb. 1.11 zeigt typische Steigungen, denen man spezielle Rauschquellen zuordnen kann. Die Rauschquellen und die bei $\sigma(\tau)$ typischen Steigungen sind in Tab. 1.2 aufgeführt [Referenz NIST, NIST Special Publication 1065].

Beschreibung des Rauschprozesses	Anstieg in log-log-Darstellungen
	$\sigma(\tau)$
Random Walk Frequenzmodulation	1/2
Flicker Frequenzmodulation	0
Weißer Frequenzmodulation	- 1/2
Flicker Phasenmodulation	-1
Weißer Phasenmodulation	- 1

Tab. 1.2: *Steigungen der Rauschprozesse in der doppelt-logarithmischen-Darstellung der Allan-Standardabweichung*

In Abb. 1.10 a) erkennt man die Flicker Frequenzmodulation. Bei großen Mittelungszeiten hat σ_τ eine Steigung von ungefähr 1. Dies lässt sich nicht mit dem Bild eines elektrischen Oszillators vergleichen. Dies ist ein Effekt das ein Laser verwendet wird, welcher seine Resonatorlänge ändert.

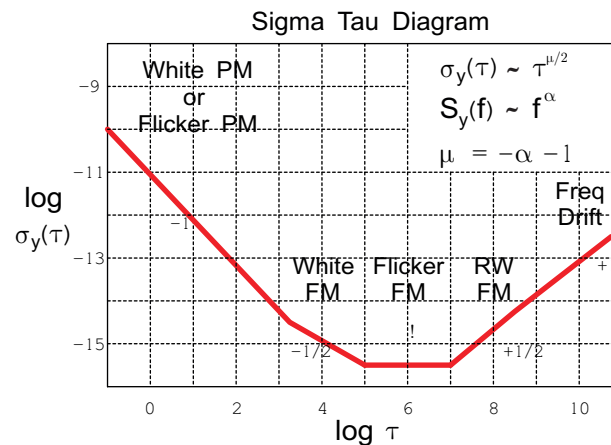


Abb. 1.11: Allan-Standardabweichung-Diagramm allgemein mit eingezeichneten Rauschquellen und den dazugehörigen typischen Steigungen [Referenz Handbook of frequency analysis]

1.2.1 Stabilisierte Repetitionsrate

Der Erbiumfaserlaser konnte mit dem Filter erfolgreich auf den Rohde-Schwarz Signalgenerator gelockt werden. Dies war daran zu erkennen, dass sich das Ausgangssignal des Schleifenfilters schlagartig beruhigte, wenn die zwei Frequenzen aufeinander gelockt haben und die PLL eingrastet ist. Die Werte für die Arbeitsbereiche des Schleifenfilters sind in Tab. 1.3 angegeben.

	Kreisfrequenz	[rad/s]	Frequenz	[Hz]
Fangbereich	$\Delta\omega_L$	3080	Δf_L	490,2
Haltebereich	$\Delta\omega_H$	345440	Δf_H	54980
Ausrastbereich	$\Delta\omega_{PO}$	6732	Δf_{PO}	1071,4
Ziehbereich	$\Delta\omega_P$	32400	Δf_P	5150

Tab. 1.3: Arbeitsbereiche des ersten Schleifenfilters

Dieser Filter hat keinen großen Fang- sowie Ausrastbereich, durch die kleine natürliche Kreisfrequenz. Das Einrasten wurde überprüft in dem das Offset der HV-Versorgung verändert wurde. Wenn der PLL eingerastet ist, regelt der Schleifenfilter der Offsetveränderung entgegen.

Die Stabilität der Regelung kann im eingerasteten Zustand auch durch das Ausgangssignal des Phasendetektor beurteilt werden. Die Phasenfehlerspannung hat die Information

der instantanen Frequenzabweichung. Die Absolutfrequenz muss mit den RFSA bestimmt werden. Die Frequenzabweichung ist definiert durch:

$$\begin{aligned} u_d &= K_d \cdot \phi_{err} \\ \Delta\omega_{rep} &= \frac{d\phi_{err}}{dt} = \frac{du_d}{dt} \cdot \frac{1}{K_d \cdot n} \\ \Delta f_{rep} &= \frac{du_d}{dt} \cdot \frac{1}{K_d \cdot 2\pi \cdot n} \end{aligned} \quad (1.45)$$

Die Ordnung der Harmonischen der Repetitionsrate ist n und muss bei der Berechnung der Frequenzabweichung mit beachtet werden. Damit kann die Frequenzabweichung mit einem digitalen Speicheroszilloskop aufgenommen werden. Die Abtastrate wird üblicherweise auf 1 kSample/s eingestellt, d.h. 1 ms Abstand zwischen den Datenpunkten. Damit kann die Allan-Standardabweichung auch für kleine Zeitbereiche ermittelt werden. Das DPO 7254 von Tektronix kann maximal einen Zeitbereich 10000 s aufnehmen. Das entspricht einer Zeit von ungefähr 2,78 h. Wenn man länger Zeiten aufnehmen möchte, sollte man auf eine Messkarte zurückgreifen z.B. von National Instrument. Die Karte sollte gewisse Kriterien erfüllen. Die Auflösung müsste hoch sein z.B. 12 Bit oder 16 Bit und die Abtastrate sollte mindesten 1 kSample/s betragen. In Abb. 1.12 a) ist eine Messung über

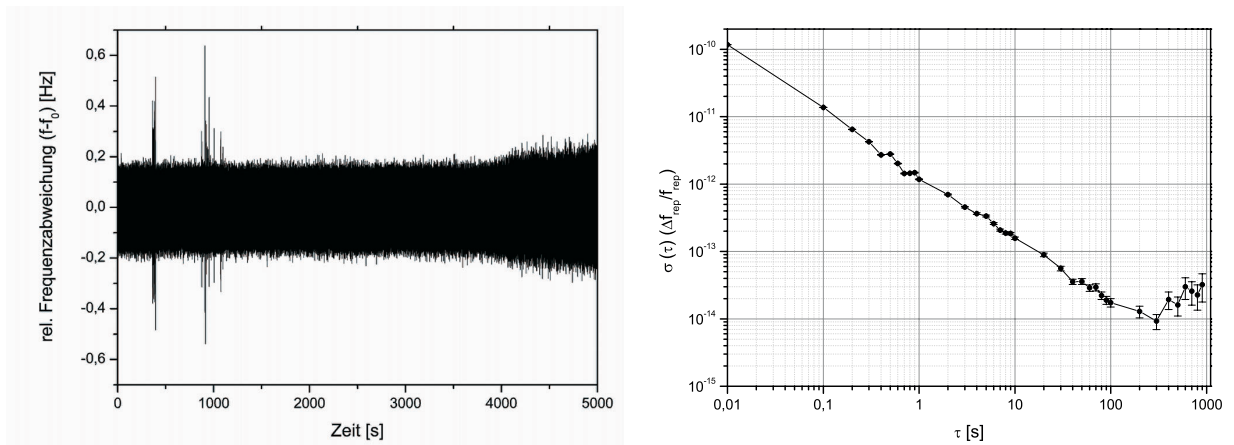


Abb. 1.12: a) Aufgenommene Frequenzabweichung der stabilisierten Repetitionsrate bei 47,662460363 MHz über 5000 s und b) die dazugehörige Allan-Standardabweichung

5000 s und b) zeigt die dazugehörige Allan-Standardabweichung. Die Absolutfrequenz wur-

de mit 47,662460363 MHz bestimmt. Die Standardabweichung der Repetitionsrate wurde mit 57 mHz aus Abb. 1.12 a) berechnet. Die Allan-Standardabweichung sinkt von 10^{-9} bei einer Mittelungszeit von 1 ms auf $2 \cdot 10^{-14}$ für eine Mittelungszeit von 100s. Damit liegen diesen Werte um sechs Größenordnungen unter der unstabilisierten Repetitionsrate. Die vereinzelt Sprünge in der Repetitionsraten, welche in Abb. 1.12 a) zwischen 0 und 1500 s zu sehen sind, können durch schnelle Pumpleistungsschwankungen entstehen. Die schnellen Schwankungen können durch die digitale Regelung des Pumpdiodenstromes hervorgerufen werden.

In Veröffentlichungen, in denen auf eine H-Maser als elektronische Referenz gelockt wurde, sind Allan-Standardabweichung von kleiner 10^{-14} bei Mittelungszeiten von 100 s erreicht worden [Hundertmark Diss.]. Die Kurzzeitstabilität ist wesentlich besser bei diesem System, da der H-Maser bei kleinen τ um mehrere Größenordnungen unter einem Quarz liegt.

1.2.2 Stabilisierungsgrenze des Aufbaus

Um die Qualität der Stabilisierung zu beurteilen, muss man die Stabilität der erzeugten Mikrowellenfrequenz betrachten. Die Mikrowellenfrequenz wird durch einen Multiplikationsschritt erzeugt. Damit wird das Frequenzrauschen des Rohde-Schwarz Signalgenerators ebenfalls mit dem Faktor 12 multipliziert. Das wurde näher untersucht, indem das 4,623 GHz Signal nach dem Multiplizierer mit dem RFSA, der auf die Referenz des Rohde-Schwarz Signalgenerators gelockt ist, über 8000s untersucht wurde (Abb. 1.13 a)). Dabei wurde zur Auswertung das Signal durch 97 geteilt, wie diese auch zur Bestimmung der Repetitionsratenschwankungen gemacht wird. Aus diesen Werten wurde die Allan-Standardabweichung berechnet (Abb. 1.13 b)). Dabei erkennt man das dieses Signal ungefähr so schwankt wie die Repetitionsrate im stabilisierten Zustand. Die Standardabweichung betrug 97 mHz. Dieser Wert ist größer, da nicht über so viele Messwerte wie in Abb. 1.12 a) gemittelt werden konnte. Die Allan-Standardabweichung lag bei $3 \cdot 10^{-10}$ für eine Mittelungszeit von 100 s. Das liegt 4 Größenordnungen über den gemessenen Werten in Abb. 1.12 b). Das liegt auch wieder an der Anzahl der Messwerte. In Abb. 1.12 a) konnten

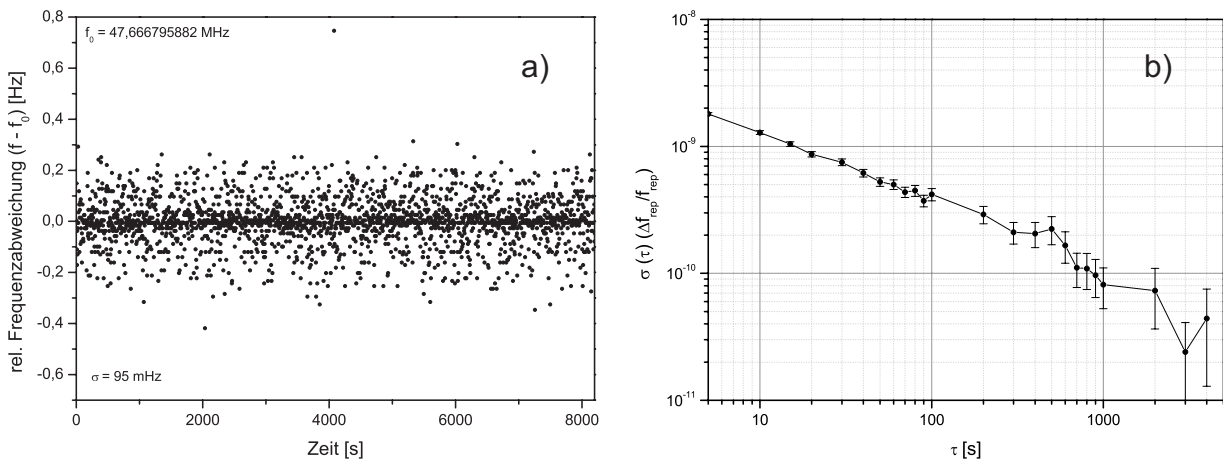


Abb. 1.13: Stabilitätsmessung der GHz-Quelle; a) Frequenzabweichung über 8000 s auf 47,667 MHz runtergeteilt und b) Allanstandardabweichung

in 100 s 10^5 Messwerte aufgenommen werden und in Abb. 1.13 nur 20. Damit lässt sich der große Unterschied erklären. Man erkennt deutlich, dass die Messwerte ungefähr gleich stark streuen. Somit ist die Stabilisierung für die gegebenen Komponenten optimal. Um eine noch kleinere Standardabweichung und Allan-Standardabweichung zu erreichen, muss die Mikrowellenfrequenz mit einem anderen Signalgenerator erzeugt werden.

1.3 Stabilisierung mit besserem Mikrowellengenerator

In Abb. 1.14 ist der veränderte Aufbau zur Repetitionsratenstabilisierung gezeigt. Dabei ist der veränderte Teil des Aufbau gelb hinterlegt. Es wurde nur die Mikrowellenquelle ausgetauscht. Der Rest wurde beibehalten. Der Schleifenfilter ist auch der gleiche um die zwei Aufbauten gut miteinander Vergleichen zu können.

Literatur